5-7 класс

Задача 7.1.(6.1) Были времена…

В 1900 году за один рубль давали 17,4 долей чистого золота. В то же самое время одна тройская унция золота стоила 35 долларов США. Исходя из этих сведений, определите стоимость одного доллара США в рублях в 1900 году.
Примечание: 1 тройская унция соответствует 31,1 г, 1000 долей равны 44,4 г.

Ответ: 1 доллар стоит примерно 1,15 рубля.

Решение: Один рубль соответствует 17,4 долям $= 17{,}4 \times \frac{44{,}4\text{ г}}{1000}$ чистого золота. Это значит, что 1 г золота стоит $\frac{1000}{17{,}4 \cdot 44{,}4} \approx 1{,}29$ рубля. С другой стороны, 35 долларов соответствует 1 тройской унции или 31,1 г золота. Следовательно, 1 доллар давали за $\frac{31{,}1\text{ г}}{35} \approx 0{,}89$ г золота. Отсюда получаем, что 1 доллар стоит $0{,}89 \times 1{,}29 \approx 1{,}15$ рубля.

Критерии:

Найдена связь между массой золота и ценой в рублях . . . . 3 балла
Найдена связь между массой золота и ценой в долларах . . . . 3 балла
Найдена цена 1 доллара в рублях . . . . 4 балла

Задача 7.2.(6.2) На электричке.

Расстояние $L = 62$ км от станции Казань-2 до Арска электричка преодолевает за время $T = 1$ час 20 мин, совершая N промежуточных остановок. На пути следования между любыми двумя соседними платформами (от момента начала движения до остановки) электричка движется со скоростью $v = 60$ км/ч. Продолжительность одной остановки $t = 1$ мин. Сколько остановок делает электричка?

Ответ: 18 остановок.

Решение: Если бы электричка двигалась от станции Казань-2 до Арска без остановок, то это бы заняло время $T_0 = L/v = \frac{62}{60}$ ч $= 1$ ч 2 мин. Следовательно, на остановки электричка тратит $T - T_0 = 18$ мин. Так как продолжительность одной остановки составляет 1 мин, находим, что остановок было 18 штук.

Критерии:

Найдено время движения без учёта остановок . . . . 4 балла
Найдено общее время остановок . . . . 3 балла
Найдено количество остановок . . . . 3 балла

Задача 7.3.(6.3) Толщина страницы.

Определите толщину одной страницы учебника физики, выданного мальчику Мише в школьной библиотеке, если толщина всей книги равна 1,3 см, толщина каждой обложки — 2 мм, а в выходных данных учебника указано

> **Васечкин, П. М.**
> Физика. 7 кл. : учеб. для общеобразоват. учреждений /
> П. М. Васечкин. — М.: Знание, 2015. — 180 с.

Ответ: 0,1 мм.

Решение: У книги две обложки, следовательно общая толщина всех страниц равна 13 мм $-$ $2 \cdot 2$ мм $= 9$ мм. В выходных данных учебника указываются страницы текста, но текст на каждой странице печатается с двух сторон, поэтому настоящих, бумажных станиц в книге всего 90 штук. Таким образом, толщина каждой бумажной страницы равна $\frac{9\text{ мм}}{90} = 0{,}1$ мм.

Критерии:

Найдена общая толщина всех страниц . . . . 3 балла
Указано, что бумажных страниц вдвое меньше, чем написано в выходных данных . . 4 балла
Найдена толщина одной страницы . . . . 3 балла

Задача 7.4. Скоростное такси.

В художественном фильме «Такси 3» есть момент, когда главный герой на своём автомобиле обгоняет французский сверхскоростной поезд сети TGV. С какой скоростью в этом случае двигался автомобиль, если длина поезда составляет 200 м, а время обгона равно 10 с. Считать, что поезд TGV двигался со скоростью 270 км/ч.

Ответ: 342 км/ч.

Решение: Такси обгоняет поезд длиной 200 м за 10 с. Это значит, что скорость такси больше скорости поезда на $\frac{200\text{ м}}{10\text{ с}} = 20$ м/с $= 72$ км/ч, то есть скорость такси составляет 270 км/ч $+$ $+$ 72 км/ч $=$ 342 км/ч.

Критерии:

Найдена скорость обгона (относительная скорость такси) . . . . 5 баллов
Найдена скорость такси относительно земли . . . . 5 баллов

Максимально возможный балл в 5-6 классе 30
Максимально возможный балл в 7 классе 40

8 класс

Задача 8.1. Туристическая поездка.

Первую половину пути между Аистово и Ведёркино турист проехал на своём велосипеде, потратив на это 45 минут. Затем дорога оказалась разбитой и 40% **оставшегося** пути он прошёл пешком, пока снова не выбрался на хорошую дорогу. Последний участок пути турист проехал на попутной грузовой машине со скоростью 20 м/с за четверть часа. С какой скоростью турист шёл пешком, если средняя скорость на всём пути составила 250 м/мин?

Ответ: 4 км/ч.

Решение: Путь s — весь путь, пройденный туристом. Тогда длина первого участка равна $s_1 = s/2$, второго — $s_2 = s/5$, третьего — $s_3 = 3s/10$. Из данных условия задачи найдём длину третьего участка

$$s_3 = 20\ \text{м/с} \cdot 1/4\ \text{ч} = 72\ \text{км/ч} \cdot 1/4\ \text{ч} = 18\ \text{км}.$$

Отсюда получаем, что $s = 10s_3/3 = 60$ км, $s_2 = s/5 = 12$ км. Найдём теперь время путешествия

$$t = \frac{s}{v_{\text{ср}}} = \frac{60\ \text{км}}{250\ \text{м/мин}} = \frac{60\ \text{км}}{15\ \text{км/ч}} = 4\ \text{ч}.$$

Время ходьбы t_2 равно $t_2 = t - 45\ \text{мин} - \frac{1}{4}\ \text{ч} = 3$ ч, откуда получаем скорость ходьбы

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{12\ \text{км}}{3\ \text{ч}} = 4\ \text{км/ч}.$$

Критерии:

Найдены s_2 и s_3 как доли всего пути . . . . 2 балла
Найдены значения s_3, s и s_2 . . . . 3 балла
Найдены значения t и t_2 . . . . 3 балла
Найдено значение v_2 . . . . 2 балла

Задача 8.2. Опыт с кубиками.

На столе лежит недеформированный пластилиновый куб. Сверху на пластилин положили такой же по размерам стальной куб. Пластилин расплющился, и площадь его контакта со столом увеличилась вдвое. Давление на стол при этом стало равно 7590 Па. Какое давление на стол оказывал вначале пластилиновый кубик? Плотность пластилина $\rho_{\text{пл}} = 1400$ кг/м^3, плотность стали $\rho_{\text{ст}} = 7800$ кг/м^3.

Ответ: 2310 Па.

Решение: Давление, оказываемое пластилиновым кубиком, равно $p_1 = \rho_{\text{пл}} V g/S$, где V — объём кубика, S — площадь его основания. Когда стальной кубик лежит на пластилиновом, площадь контакта становится $2S$, и давление на стол в этом случае равно

$$p_2 = \frac{(\rho_{\text{пл}} + \rho_{\text{ст}})Vg}{2S} = \frac{(\rho_{\text{пл}} + \rho_{\text{ст}})p_1}{2\rho_{\text{пл}}} = \frac{23p_1}{7}.$$

По условию, $p_2 = 7590$ Па, откуда $p_1 = 7p_2/23 = 2310$ Па.

Критерии:

Записана формула для давления пластилинового кубика . . . . 3 балла
Записана формула для давления двух кубиков . . . . 4 балла
Найдено значение p_1 . . . . 3 балла

Задача 8.3. Шар в воде.

При полном погружении в воду стеклянный шар объёмом 200 см^3 весит в три раза меньше, чем в воздухе. Найти объём полости внутри шара. Плотность стекла $\rho_{\text{ст}} = 2{,}5$ г/см^3, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см^3.

Ответ: 80 см^3.

Решение: В воздухе вес шара численно равен силе тяжести, действующей на него, т.е. $P_{\text{в возд}} = mg$. Вес в воде, по условию, равен $P_{\text{в воде}} = mg/3$. Следовательно, сила Архимеда, действующая на шар, равна

$$F_{\text{А}} = mg - P_{\text{в воде}} = \frac{2mg}{3}.$$

Запишем выражения для силы Архимеда $F_{\text{А}} = \rho_{\text{в}} V g$ и массы шара $m = \rho_{\text{ст}} V_{\text{ст}}$, где $V = 200$ см^3 — внешний объём шара, $V_{\text{ст}}$ — объём стекла, и подставим в найденную формулу

$$\rho_{\text{в}} V g = \frac{2\rho_{\text{ст}} V_{\text{ст}} g}{3} \quad \Rightarrow \quad V_{\text{ст}} = \frac{3\rho_{\text{в}} V}{2\rho_{\text{ст}}} = 120 \text{ см}^3.$$

Зная объём стекла, найдём объём полости $V_{\text{пол}}$ внутри шара: $V_{\text{пол}} = V - V_{\text{ст}} = 80$ см^3.

Критерии:

Найдена связь силы Архимеда и mg . . . . 3 балла
Записаны формулы для $F_{\text{А}}$ и m . . . . 2 балла
Найдено значение объёма стекла $V_{\text{ст}}$ . . . . 3 балла
Найдено значение объёма полости . . . . 2 балла

Задача 8.4. Согнутый прут.

Прямой прут массой $m = 500$ г подвешен за середину (рис. 8.1а). Левую половину прута согнули так, как показано на рис. 8.1б. Груз какой массы надо повесить в точке А, чтобы восстановить равновесие?

Рис. 8.1.

Ответ: $m/4 = 125$ г.

Решение: Пусть m_A — масса груза, которой надо повесить в точке A, L — длина прута. Запишем правило моментов для согнутого прута относительно точки подвеса

$$m_A g \cdot \frac{L}{4} + \frac{m}{2} \cdot g \cdot \frac{L}{8} = \frac{m}{2} \cdot g \cdot \frac{L}{4}.$$

Выражая отсюда m_A, получим

$$m_A = \frac{m}{4} = 125 \text{ г}.$$

Критерии:

Найдены плечи всех сил, действующих на прут . . . . 3 балла
Записано правило моментов . . . . 4 балла
Найдено значение массы груза . . . . 3 балла

Максимально возможный балл в 8 классе 40

9 класс

Задача 9.1. Творение Микеланджело.

Итальянский скульптор Микеланджело вырезал из мрамора свою знаменитую статую «Давид», наблюдая натурщика. Высота «Давида», без учёта постамента, $H = 4{,}34$ м, рост натурщика $h = 1{,}6$ м. Плотность мрамора $\rho_{\text{мр}} = 2{,}7$ г/см^3, средняя плотность человеческого тела $\rho_{\text{ч}} = 1{,}04$ г/см^3. Во сколько раз скульптура «Давида» оказалась тяжелее натурщика?

Ответ: Примерно в 52 раза.

Решение: Высота скульптуры в $k = H/h \approx 2{,}71$ раз больше роста натурщика. Это значит, что объём статуи в $k^3 \approx 20$ раз больше объёма натурщика. Отношение масс скульптуры $m_{\text{Д}}$ и натурщика $m_{\text{н}}$ равно

$$\frac{m_{\text{Д}}}{m_{\text{н}}} = \frac{\rho_{\text{мр}}}{\rho_{\text{ч}}} k^3 \approx 52.$$

Критерии:

Указано, что отношение объёмов равно кубу отношения линейных размеров . . . . . 4 балла
Получена правильная формула для отношения масс . . . . 3 балла
Получен численный ответ . . . . 3 балла

Задача 9.2. Одинаковые уровни.

В U-образную трубку постоянного сечения налили ртуть. Затем в правое колено добавили керосин, а в левое — воду. В результате оказалось, что верхние уровни воды и керосина совпадают, а нижние отличаются на 3 мм. Какой столб выше: воды или керосина? Найти высоту столба воды. Плотность ртути $\rho_{\text{рт}} = 13{,}6$ г/см^3, плотность керосина $\rho_{\text{к}} = 0{,}8$ г/см^3, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см^3.

Ответ: Столб воды выше, его высота — 19,2 см.

Решение: Пусть $h_{\text{к}}$ и $h_{\text{в}}$ — высоты столбов керосина и воды соответственно, а h_0 — общая высота жидкости в каждом колене. Давление жидкостей на дно трубки в обоих коленах одинаково

$$\rho_{\text{к}} g h_{\text{к}} + \rho_{\text{рт}} g(h_0 - h_{\text{к}}) = \rho_{\text{в}} g h_{\text{в}} + \rho_{\text{рт}} g(h_0 - h_{\text{в}}) \quad \Rightarrow \quad (\rho_{\text{рт}} - \rho_{\text{к}})h_{\text{к}} = (\rho_{\text{рт}} - \rho_{\text{в}})h_{\text{в}}.$$

Отсюда получаем, что

$$h_{\text{к}} = \frac{\rho_{\text{рт}} - \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{рт}} - \rho_{\text{к}}} h_{\text{в}} = \frac{12{,}6}{12{,}8} h_{\text{в}} \quad \Rightarrow \quad h_{\text{к}} < h_{\text{в}}.$$

Исходя из условия, что $\Delta h = h_{\text{в}} - h_{\text{к}} = 3$ мм, найдём высоту столба воды

$$\Delta h = h_{\text{в}} - \frac{12{,}6}{12{,}8} h_{\text{в}} = \frac{0{,}2}{12{,}8} h_{\text{в}} = \frac{h_{\text{в}}}{64} \quad \Rightarrow \quad h_{\text{в}} = 64\Delta h = 19{,}2 \text{ см}.$$

Критерии:

Приведено выражение для давления в левом колене . . . . 3 балла
Приведено выражение для давления в правом колене . . . . 3 балла
Определено, что керосина налито меньше/воды больше . . . . 2 балла
Найдена $h_{\text{в}}$ . . . . 2 балла

Задача 9.3. Равновесие системы.

На рис. 9.1 изображён однородный рычаг массы $M = 400$ г с нанесёнными на него штрихами, делящими его на девять равных фрагментов. При какой массе груза m, закреплённого на блоке, система находится в равновесии. Массой блока и нитей можно пренебречь.

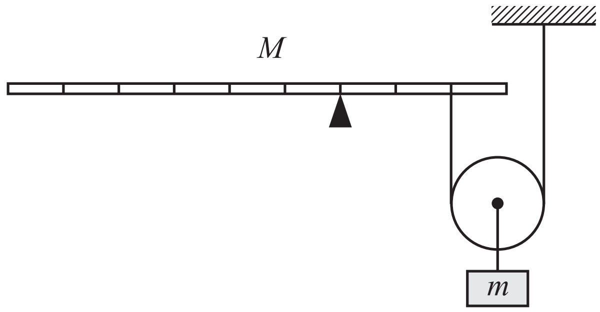

Рис. 9.1.

Ответ: 600 г.

Решение: Применим правило моментов для рычага относительно опоры

$$T \cdot 2L = Mg \cdot \frac{3L}{2} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{3Mg}{4},$$

где L — длина одного фрагмента рычага, T — сила, с которой нить тянет рычаг. Условие равновесия груза на подвижном блоке: $mg = 2T$. Отсюда получаем, что

$$mg = 2 \cdot \frac{3Mg}{4} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{3M}{2} = 600 \text{ г}.$$

Критерии:

Записано правило моментов для рычага . . . . 4 балла
Записано условие равновесия груза . . . . 3 балла
Найдена масса m . . . . 3 балла

Задача 9.4. Опыт в термосе.

В термос с водой (масса воды 500 г) поместили охлаждённую в жидком азоте железную деталь массой 50 г. Температура жидкого азота равна $-196\,^\circ$C, начальная температура воды равна $0\,^\circ$C. Определите массу воды, оставшейся в термосе после установления теплового равновесия. Удельная теплоёмкость железа $c = 400$ Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда равна $\lambda =$ $= 330$ кДж/кг. Теплоёмкостью термоса пренебречь.

Ответ: 488 г.

Решение: После помещения железной детали в воду часть воды превратится в лёд. Пусть m — масса образовавшегося льда, $m_ж = 50$ г — масса детали. Запишем уравнение теплового баланса

$$\lambda m = cm_ж\,(0\,^\circ\text{C} - (-196\,^\circ\text{C})) \quad \Rightarrow \quad m = \frac{cm_ж \cdot 196\,^\circ\text{C}}{\lambda} \approx 12 \text{ г}.$$

Таким образом, масса оставшейся в термосе воды равна 500 г − 12 г = 488 г.

Критерии:

Записано уравнение теплового баланса . . . . 5 баллов
Найдена масса m . . . . 5 баллов

Задача 9.5. Дорогая передача.

Какую массу мазута нужно сжечь на тепловой электростанции, чтобы по школьник Петя смог посмотреть на большом плазменном телевизоре художественный фильм продолжительностью $t = 2{,}5$ ч? КПД электростанции $\eta = 33\%$. Напряжение в сети равно 220 В, сопротивление телевизора — 33 Ом. Удельная теплота сгорания мазута равна $q = 40$ МДж/кг.

Ответ: 1 кг.

Решение: Найдём мощность, потребляемую телевизором от сети $P = U^2/R$. При сгорании мазута массы m выделяется количество теплоты $Q = qm$. По условию задачи КПД электростанции равен $\eta = 33\%$:

$$\eta = \frac{Pt}{qm} = \frac{U^2 t}{Rqm} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{U^2 t}{Rq\eta} = 1 \text{ кг}.$$

Критерии:

Написана формула для мощности, потребляемой телевизором . . . . 3 балла
Написана формула для количества теплоты, полученной при сжигании мазута . . . . 2 балла
Написана формула для КПД . . . . 3 балла
Найдено значение массы мазута . . . . 2 балла

Максимально возможный балл в 9 классе 50

10 класс

Задача 10.1. Плотность бруска.

Деревянный брусок квадратного сечения плавает в воде так, как показано на рис. 10.1. Высота части бруска, выступающей из воды, равна $H = 0{,}5L$, где L — сторона квадрата. Какова плотность ρ дерева, из которого изготовлен брусок? Плотность воды $\rho_в = 1$ г/см^3.

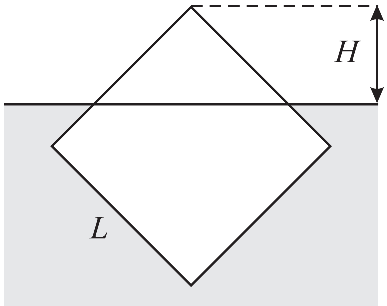

Рис. 10.1.

Ответ: 0,75 г/см^3.

Решение: Запишем условие плавания бруска $mg = \rho_в V_{п.ч.} g$, где $m = \rho V$ — масса бруска, V — его объём, $V_{п.ч.}$ — объём погруженной части. Пусть x — длина бруска, тогда

$$V = xL^2, \quad V_{п.ч.} = x(L^2 - H^2).$$

Подставляя эти выражения, получим

$$\rho V g = \rho_в V_{п.ч.} g \quad \Rightarrow \quad \rho = \rho_в \frac{V_{п.ч.}}{V} = \rho_в \left(1 - \frac{H^2}{L^2}\right) = 0{,}75\rho_в = 0{,}75 \text{ г/см}^3.$$

Критерии:

Написано условие плавания . . . . 2 балла
Найдены выражения для объёма тела и его погруженной части . . . . 4 балла
Найдено значение плотности тела . . . . 4 балла

Задача 10.2. Ток через опилки.

Школьник Петя Иванов собрал цепь, состоящую из источника напряжением $U = 12$ В, идеального амперметра, резистора и прямоугольного сосуда (рис. 10.2). Левая и правая (по рисунку) стенки этого сосуда сделаны из проводящего материала и включены в цепь, а остальные стенки и дно ток не проводят. В результате своих опытов Петя обнаружил, что если сосуд на треть засыпать металлическими опилками, то амперметр показывает силу тока $I_1 = 4$ А, а если сосуд заполнить полностью, то показания амперметра увеличиваются до $I_2 = 8$ А. Найти по приведённым данным сопротивление резистора R.

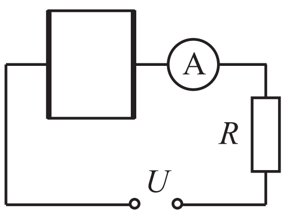

Рис. 10.2.

Ответ: 0,75 Ом.

Решение: Пусть ρ — удельное сопротивление опилок, S — площадь боковых стенок сосуда, а L — его ширина. Тогда сопротивление полного сосуда опилок равно $r = \rho L/S$. Сопротивление сосуда, засыпанного на треть, в три раза больше $r_{1/3} = \frac{\rho L}{S/3} = 3r$. Запишем закон Ома для цепи в первом эксперименте:

$$U = I_1(3r + R).$$

Для второго случая закон Ома имеет вид

$$U = I_2(r + R).$$

Исключая из полученных уравнений величину r и подставляя численные значения, получим, что источника равно

$$R = \frac{3U}{2I_2} - \frac{U}{2I_1} = 0{,}75 \text{ Ом}.$$

Критерии:

Указано, что сопротивление неполного сосуда втрое больше . . . . 3 балла
Записан закон Ома для первого эксперимента . . . . 2 балла
Записан закон Ома для второго эксперимента . . . . 2 балла
Найдено значение R . . . . 3 балла

Задача 10.3. Тени нет.

Винни-Пух и Пятачок запустили в небо воздушный шар. Оказалось, что даже в ясную солнечную погоду шар, поднявшись на высоту более 1 км, не отбрасывает тени на землю. Найдите диаметр шара. Угловой размер Солнца (угол между направлениями на противоположные края солнечного диска) равен 0,5°. Считать, что Солнце во время наблюдения находится в зените.

Ответ: 8,7 м.

Решение: При подъёме шара на высоту $h = 1$ км тень от него сливается в точку. Это значит, что для наблюдателя, находящегося в этой точке, шар заслоняет Солнце полностью, то есть угловой размер шара равен также 0,5°. Найдём диаметр шара:

$$d = 2R = 2h \sin 0{,}25^\circ \approx 8{,}7 \text{ м}.$$

Критерии:

Указано, что при высоте в 1 км угловые размеры шара и Солнца совпадают . . . . . . 3 балла
Записано выражение для радиуса или диаметра шара . . . . 4 балла
Найдено значение диаметра . . . . 3 балла

Задача 10.4. Встреча в полдень.

Из Аистово в Ведёркино выехал автомобиль со скоростью 80 км/ч. В то же время навстречу ему из Ведёркино выехал мотоциклист. В полдень они проехали мимо друг друга. В 12:32 автомобиль прибыл в Ведёркино, а мотоциклист доехал до пункта Аистово ещё через 18 мин. Найти скорость мотоцикла и расстояние между Аистово и Ведёркино.

Ответ: 64 км/ч, 96 км.

Решение: Пусть автомобиль проехал путь от Аистово до места встречи с мотоциклом за время t. Тот же участок мотоциклист проехал за $t_1 = 32 \text{ мин} + 18 \text{ мин} = 50$ мин. С другой стороны, путь от Ведёркино до места встречи мотоциклист преодолел за время t, а автомобиль то же расстояние — за $t_2 = 32$ мин. Запишем это в виде уравнений

$$\begin{cases} v_2 t = v_1 t_1, \\ v_1 t = v_2 t_2, \end{cases}$$

где v_1 — скорость мотоцикла, а v_2 — скорость автомобиля. Поделив почленно одно уравнение на другое, получим

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{t_2}{t_1}} \quad \Rightarrow \quad v_1 = 0{,}8v_2 = 64 \text{ км/ч}.$$

Расстояние между Аистово и Ведёркино равно

$$s = v_1 t_1 + v_2 t_2 = 64 \text{ км/ч} \cdot \frac{5}{6} \text{ ч} + 80 \text{ км/ч} \cdot \frac{32}{60} \text{ ч} = 96 \text{ км}.$$

Критерии:

Найдены t_1 и t_2 . . . . 1 балл
Формулы $v_2 t = v_1 t_1$ и $v_1 t = v_2 t_2$ . . . . 3 балла
Найдена скорость мотоцикла . . . . 3 балла
Найдено расстояние между Аистово и Ведёркино . . . . 3 балла

Задача 10.5. Перемещение камня.

С поверхности земли вертикально вверх бросают камень. Найти начальную скорость камня, если за **третью секунду** после броска его перемещение было равно нулю. Рассмотреть все случаи. Считать, что упав обратно на землю, камень мгновенно останавливается. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

Ответ: $v_0 \leqslant 10$ м/с или $v_0 = 25$ м/с.

Решение: Пусть v_0 — начальная скорость камня. Необходимо рассмотреть два случая: 1) тело за две секунды успело упасть обратно на землю, 2) тело находится в полёте и за третью секунду успевает подняться вверх и вернуться обратно.

В первом случае общее время полёта должно быть меньше или равно 2 с:

$$t = \frac{2v_0}{g} \leqslant 2 \text{ с} \quad \Rightarrow \quad v_0 \leqslant \frac{g \cdot 2 \text{ с}}{2} = 10 \text{ м/с}.$$

Во втором случае камень 2 с поднимается на некоторую высоту, далее в течение 1 с поднимается вверх и возвращается вниз, затем ещё 2 с летит до земли. В результате имеем, что всё время полёта составляет 5 с. Найдём необходимую для этого начальную скорость полёта камня

$$v_0 = \frac{g \cdot 5 \text{ с}}{2} = 25 \text{ м/с}.$$

Критерии:

Указано наличие двух случаев . . . . 3 балла
Рассмотрен первый случай . . . . 3 балла
Рассмотрен второй случай . . . . 4 балла

Максимально возможный балл в 10 классе 50

11 класс

Задача 11.1. Ой!

Медвежонок Винни-Пух решил отправиться за мёдом на воздушном шаре. Поднимаясь вертикально вверх со скоростью $v = 2{,}5$ м/с, через время $\tau = 6$ с после начала движения Винни-Пух уронил горшочек, в который хотел собирать лакомство. Через какой промежуток времени t горшок упадёт на землю? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: 2 с.

Решение: За $\tau = 6$ с после начала движения воздушный шар поднимется на высоту $h = v\tau = 15$ м. Учитывая, что начальная скорость горшочка совпадает со скоростью шара v, запишем условие того, что горшочек упадёт на землю за время t

$$h + vt - \frac{gt^2}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v \pm \sqrt{v^2 + 2gh}}{g}.$$

Отсюда, отбрасывая отрицательный корень, получаем

$$t = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2gh}}{g} = 2 \text{ с.}$$

Критерии:

Найдена высота, с которой падает горшочек . . . . 1 балл
Указано, что начальная скорость горошка равна v. . . . . 2 балла
Записан закон движения горшочка . . . . 4 балла
Найдено время падения . . . . 3 балла

Задача 11.2. Сжатие с охлаждением.

При сжатии идеального газа из состояния A в состояние B его давление уменьшалось прямо пропорционально объёму (рис. 11.1). Найти объём газа в состоянии B, если температура в процессе сжатия понизилась от 127 °C до 51 °C, а начальный объём газа составлял 4 л.

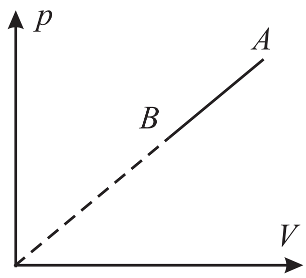

Рис. 11.1.

Ответ: 3,6 л.

Решение: Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона $pV = \nu RT$. По условию задачи $p = \alpha V$, где α — постоянный коэффициент, поэтому

$$\begin{cases} \alpha V_A^2 = \nu R T_A, \\ \alpha V_B^2 = \nu R T_B \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_B^2}{V_A^2} = \frac{T_B}{T_A} \quad \Rightarrow \quad V_B = V_A\sqrt{\frac{T_B}{T_A}}.$$

Подставляя значения температур $T_A = 127$ °C $= 400$ К, $T_B = 51$ °C $= 324$ К и объёма $V_A = 4$ л, получаем $V_B = 3{,}6$ л.

Критерии:

Записано уравнение Менделеева-Клайперона . . . . 2 балла
Записано условие пропорциональности давления и объёма . . . . 1 балл
Уравнение Менделеева-Клайперона для точек A и B . . . . 3 балла
Температуры переведены в кельвины . . . . 1 балл
Получена формула, связывающая V_A, V_B и температуры . . . . 2 балла
Числовой ответ для V_B . . . . 1 балл

Задача 11.3. Мостовая схема.

В цепь, состоящую из четырёх резисторов и батарейки (см. рис. 11.2), между точками M и N включён идеальный амперметр. Какой ток течёт через батарейку, если амперметр показывает силу тока $I = 0{,}3$ А.

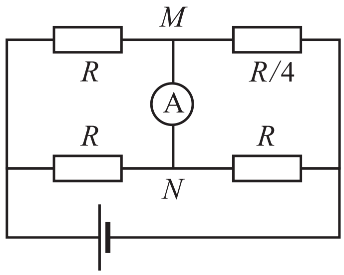

Рис. 11.2.

Ответ: 1 А.

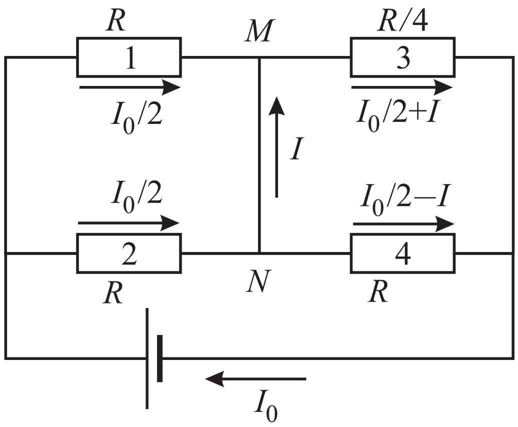

Рис. 11.3.

Решение: Пронумеруем резисторы в цепи так, как показано на рис. 11.3. Пусть сила тока, текущего через батарейку, равна I_0. Так как амперметр, включённый между точками M и N, идеальный, разность потенциалов между этими точками равна нулю, и, следовательно, напряжения на резисторах 1, 2 и 3, 4 попарно совпадают. Резисторы 1 и 2 имеют одинаковые сопротивления, поэтому ток через каждый резистор слева от амперметра равен $I_0/2$. Найдём токи через пару резисторов 3-4:

$$I_3 = \frac{I_0}{2} + I, \quad I_4 = \frac{I_0}{2} - I.$$

Из условия равенства напряжений на правой паре резисторов получаем

$$I_3 \cdot \frac{R}{4} = I_4 R \quad \Rightarrow \quad \frac{I_0}{2} + I = 4\left(\frac{I_0}{2} - I\right) \quad \Rightarrow \quad I_0 = \frac{10I}{3} = 1 \text{ А}.$$

Критерии:

Указано, что $U_{MN} = 0$ . . . . 2 балла
Найдены токи через левую пару резисторов . . . . 2 балла
Найдены токи через правую пару резисторов . . . . 2 балла
Формула $I_3 R/4 = I_4 R$ . . . . 2 балла
Найдена связь между током через батарею и током I . . . . 1 балл
Найдено числовое значение тока через батарею . . . . 1 балл

Задача 11.4. Грузы на блоке.

В системе, изображённой на рис. 11.4, маленькие грузы имеют массу m, а большой груз — массу $4m$. Найти силу, с которой маленький груз, находящийся слева, во время движения системы давит на большой? Нить считать невесомой, трением о блок пренебречь.

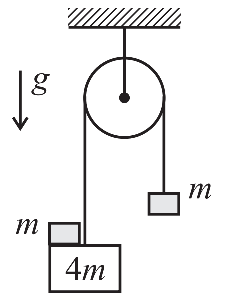

Рис. 11.4.

Ответ: $mg/3$.

Решение: Пусть a — ускорение системы, T — сила натяжения нити. Запишем 2-й закон Ньютона для левой пары и правого груза:

$$\begin{cases} 5ma = 5mg - T, \\ ma = T - mg \end{cases} \Rightarrow \quad a = \frac{2g}{3}.$$

Для маленького груза слева получим $ma = mg - N$, где N — сила реакции опоры, численно равная весу, которым этот груз давит на большой. Подставляя значение ускорения, найдём, что

$$N = mg - ma = \frac{mg}{3}.$$

Критерии:

2-й закон Ньютона для левой системы грузов . . . . 2 балла
2-й закон Ньютона для правого груза . . . . 2 балла
Найдено ускорение системы . . . . 2 балла
2-й закон Ньютона для левого маленького груза . . . . 2 балла
Найдено выражение для силы давления . . . . 2 балла

Задача 11.5. Равновесие стержня.

Однородный стержень BC удерживается с помощью невесомой нити AB в положении, изображённом на рис. 11.5. Найти минимальный коэффициент трения стержня о пол, при котором это возможно. Длины нити и стержня равны.

Ответ: $\mu = 1/3$.

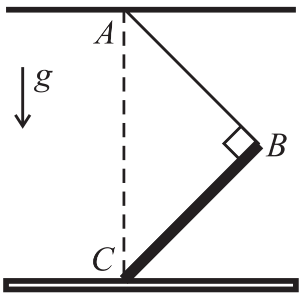

Рис. 11.5.

Решение: Пусть L — длина стержня, m — его масса, а T — сила натяжения нити (рис. 11.6). Запишем условие равенства нулю суммы сил, действующих на стержень, в проекции на горизонтальную и вертикальную оси

$$F_{\text{тр}} - \frac{T}{\sqrt{2}} = 0, \qquad N - mg + \frac{T}{\sqrt{2}} = 0,$$

а также правило моментов относительно точки C

$$TL = \frac{mgL}{2\sqrt{2}}.$$

Из последнего равенства находим силу натяжения $T = mg/2\sqrt{2}$ и, подставляя её в первое и второе, получаем

$$F_{\text{тр}} = \frac{mg}{4}, \qquad N = \frac{3mg}{4}.$$

Максимальная сила трения и сила реакции со стороны пола связаны равенством $F_{\text{тр}} = \mu N$. Отсюда

$$\frac{mg}{4} = \frac{3\mu mg}{4} \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{1}{3}.$$

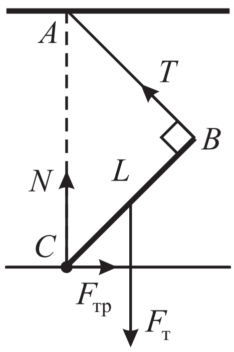

Рис. 11.6.

Критерии:

Записано условие равенства сил в проекции на горизонтальную ось . . . . 2 балла
Записано условие равенства сил в проекции на вертикальную ось . . . . 2 балла
Записано правило моментов . . . . 2 балла
Получены выражения для $F_{\text{тр}}$ и N . . . . 2 балла
Найдено выражение для μ . . . . 2 балла

Максимально возможный балл в 11 классе 50